

## Урок 63

**Тема: Физический смысл производной в профессиональных задачах**

**Срок сдачи работ до 13.12.2023**

**Теоретическая часть**

**Физический смысл производной** заключается в том, что производная выражает скорость протекания процесса, описываемого зависимостью  $y = f(x)$ :

- если это движение автомобиля, то, принимая в качестве функции зависимость пройденного расстояния от времени, с помощью производной получается зависимость скорости от времени;

- если же рассмотреть в качестве функции мгновенную скорость автомобиля, то производная задает изменение его ускорения;

- если рассмотреть функцию, задающую зависимость объема произведенной продукции от времени, то производная позволит узнать, как изменялась со временем производительность труда на этом предприятии;

- если рассматриваются электромагнитные волны, то могут потребоваться функции, характеризующие изменение со временем электрического и магнитного полей, а также их производные - скорости изменения этих полей, ведь величина магнитного поля пропорциональна скорости изменения электрического поля и т.п.

Решая конкретные текстовые задачи на скорость процесса с применением производной, следует не забывать о размерностях величин. Если переменная  $y$ , заданная функцией  $f(x)$  измеряется в некоторых единицах  $[y]$ , а её аргумент в единицах  $[x]$ , то производная (скорость) измеряется в единицах  $[y/x]$ .

Скорость прямолинейного движения материальной точки в момент времени  $t$  есть производная от пути  $S$  по времени  $t$ :

$$v(t) = S'(t),$$

а ускорение – производная скорости по времени:

$$a(t) = v'(t) = S''(t).$$

Если функция  $y = f(x)$  описывает какой-либо физический процесс, то производная  $y'$  есть скорость протекания этого процесса. В этом заключается механический смысл производной.

### Примеры:

1. Закон движения тела задан формулой  $S(t) = 0,5t^2 + 3t + 2$  ( $S$  - в метрах,  $t$  - в секундах). Какой путь пройден телом за 4 секунды? Какова скорость движения в этот момент времени?

Решение:

$$S(4) = 0,5 \cdot 4^2 + 3 \cdot 4 + 2 = 8 + 12 + 2 = 22 \text{ (м)}$$

$$v(t) = (0,5t^2 + 3t + 2)' = t + 3 \text{ (м/с)}$$

$$v(4) = 4 + 3 = \underline{7 \text{ (м/с)}}$$

Ответ: 7 м/с

2. Пусть количество вещества, вступившего в химическую реакцию, задаётся зависимостью  $p(t) = t^2/2 + 3t - 3$  (моль). Найти скорость химической реакции через 3 секунды.

Решение:

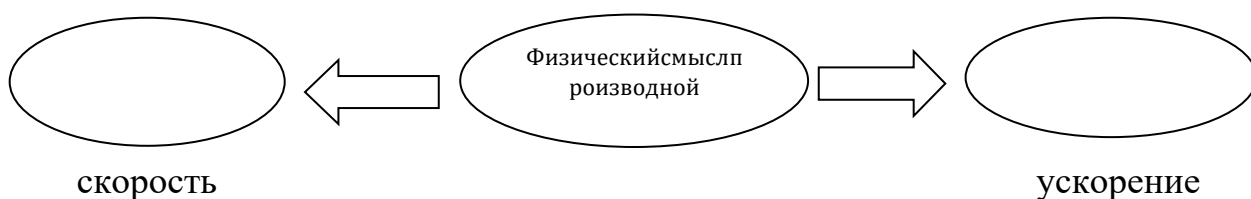
$$v(t) = p'(t) = t + 3 \text{ (моль/с)}$$

$$v(3) = 3 + 3 = \underline{6 \text{ (моль/с)}}$$

Ответ: 6 моль/с

### **Ход работы**

Перерисуйте в тетрадь и заполните кластер-схему (данные возьмите из теоретической части):



Выполните предложенные задания.

**Распределение по вариантам:**

Фамилия Имя	Вариант
Гарматюк Александр	1
Гарматюк Александра	2
Глебова Елена	1
Демиденко Роман	2
Забродин Георгий	1
Киселева Доминика	2
Клименок Андрей	1
Колмагоров Дмитрий	2
Комболин Данил	1
Москвин Иван	2
Николаев Николай	1
Овчинникова Карина	2
Пенкина Вероника	1
Подмазов Владислав	2
Поленчик Мария	1
Поляничкина Антонина	2
Пятакова Ирина	1
Рыжаков Вячеслав	2
Стаценко Тихон	1
Чагина Анастасия	2
Чуфаров Егор	1
Шестакова Дарья	2
Шефер Михаил	1
Шилова Анастасия	2
Сызранцев Константин	1

Выполните предложенные задания.

**Вариант 1**

Решить задачу

1. Закон движения тела задан формулой  $S(t) = t^3 + 3t - 4$  ( $S$  - в метрах,  $t$  – в секундах). Какой путь пройден телом за 4 секунды? Какова скорость движения в этот момент времени?
2. Пусть популяция бактерий в момент  $t$  (сек) насчитывает  $x(t) =$

**Вариант 2**

1. Закон движения тела задан формулой  $S(t) = t^3 - 3t + 4$  ( $S$  - в метрах,  $t$  – в секундах). Какой путь пройден телом за 4 секунды? Какова скорость движения в этот момент времени?
2. Пусть популяция бактерий в момент  $t$  (сек) насчитывает  $x(t) =$

$3000 + 100 t^2$  особей. В какой момент времени скорость роста популяции будет равна 600 особей в секунду?

3. Объём продукции  $V$  цеха в течение дня зависит от времени по закону  
$$V(t) = -\frac{5}{3}t^3 + \frac{15}{2}t^2 + 50t + 70 \text{ (ед.)}.$$
Вычислите производительность труда  $\Pi(t)$  в момент времени  $t = 2$  часа.

4. Мама с дочкой гуляли в парке. Девочка захотела покататься на каруселях, а мама решила сфотографировать дочку. Вращение карусели совершается по закону  
$$g(t) = \frac{1}{9}t^3 - \frac{5}{2}t^2.$$
 Фотография может быть хорошего качества только при ускорении равном 3 м/с<sup>2</sup>. В какой момент времени необходимо сделать снимок?

$4000 + 200 t^2$  особей. В какой момент времени скорость роста популяции будет равна 800 особей в секунду?

3. Объём продукции  $V$  цеха в течение дня зависит от времени по закону  
$$V(t) = \frac{5}{3}t^3 - \frac{15}{2}t^2 + 50t + 70 \text{ (ед.)}.$$
Вычислите производительность труда  $\Pi(t)$  в момент времени  $t = 2$  часа.

4. Мама с дочкой гуляли в парке. Девочка захотела покататься на каруселях, а мама решила сфотографировать дочку. Вращение карусели совершается по закону  
$$g(t) = \frac{1}{12}t^3 - 3t^2.$$
 Фотография может быть хорошего качества только при ускорении равном 2 м/с<sup>2</sup>. В какой момент времени необходимо сделать снимок?